

## Исаак Ньютон об отделении корней уравнений

В XVII веке уже была богатая традиция вычисления корней алгебраических уравнений, возникшая в античной математике, обогащённая арабской математикой и увенчанная методом Декарта. Как правило, разыскивались положительные корни. В 1669 году Ньютон написал «Analysis per aequationes numero terminorum infinitas» (опубликован в 1711 году), в котором рассматривает различные методы решения уравнений и в котором впервые появляется его метод многоугольника. Рассмотрим, как Ньютон определял границы корней. Если нужно найти корень, ближайший к нулю, то уравнение  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = 0$  заменяется на  $a_0 + a_1x = 0$ , из которого вычисляется первое приближение. Далее в исходное уравнение подставляется сумма этого первого приближения и новой неизвестной, процедура повторяется. Сходимость этого метода Ньютон не анализировал, лишь указав, что возможно как приближение к истинному корню, так и удаление от него.

Метод многоугольника главным образом использовался для обращения рядов, но Ньютон применяет его также и к уравнению с одним неизвестным; «Правило же это таково: из всех членов, в которых отсутствуют буквенные корни ( $y$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$  и так далее), выбери тот, в котором неизвестная буквенная величина ( $x$  или  $z$  и так далее) входит в наименьшей степени; затем выбери другой член, который содержит этот корневой вид, и таков, что прогрессия, составленная из измерений каждого из упомянутых выше неизвестных, при продолжении её от члена, принятого за первый, до этого члена либо возрастает настолько, насколько это возможно, либо убывает столь мало, насколько это возможно; и если имеется несколько таких членов, измерения которых принадлежат этой прогрессии, сколь угодно далеко продолженной, то их все следует брать». Ньютон наглядно показывает дальнейшее решение уравнения пятой степени путём последовательных приближений на диаграмме. Для верхних оценок Ньютон использует суммы степеней корней, вычисленный из коэффициентов уравнения, а также замену неизвестного на обратную величину.

Метод отделения корней с помощью производного уравнения, созданный в 1690 году Мишелем Роллем, появляется у Ньютона лишь во «Всеобщей арифметике» 1727 года. До этого Ньютон нигде не пользуется и не упоминает этот метод.